Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. D. Belomestny SoSe 2012

Übungen zur Finanzmathematik I

(Blatt 1)

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Sei $(B_t)_{t\geq 0}$ eine BB und sei $X_t = e^{\alpha t}\sin(\beta B_t)$ für $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

1. Für welche Werte von α und β ist X_t ein $\mathcal{L}^2(P)$-Martingal auf $[0,T]$ mit $T < \infty$?
2. Für welche Werte von α und β ist X_t ein $\mathcal{L}^2(P)$-Martingal auf $[0,\infty)$?

Begründen Sie jeweils Ihre Antworten.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Sei $(B_t)_{t\geq 0}$ eine BB und sei $X_t = (\gamma B_t + \delta t)\exp(\alpha B_t + \beta t)$ für $\alpha, \beta, \delta, \gamma \in \mathbb{R}$.

1. Für welche Werte von α, β, δ and γ ist X_t ein $\mathcal{L}^2(P)$-Martingal auf $[0,T]$ mit $T < \infty$?
2. Für welche Werte von α, β, δ and γ ist X_t ein $\mathcal{L}^2(P)$-Martingal auf $[0,\infty)$?

Begründen Sie jeweils Ihre Antworten.

Aufgabe 3 (7 Punkte)

Sei $(B_t)_{t\geq 0}$ eine BB.

1. Berechnen Sie die charakteristische Funktion von B_t^2.
2. Finden Sie die charakteristische Funktion von $B_t B_s$ mit $s < t$.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Sei $(B_t)_{t\geq 0}$ eine BB und sei $X_t = B_t^2 - t$. Finden Sie ein $f \in \mathcal{L}_a^2([0,\infty))$, so dass

$$X_t = \int_0^t f(u)\, dB_u, \quad t \geq 0.$$

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Sei $(B_t)_{t\geq 0}$ eine BB und sei $X_t = B_t^3$. Für jedes $t \geq 0$ finden Sie einen Prozess $f_t(u) \in \mathcal{L}_a^2([0,\infty))$, so dass

$$X_t = \int_0^t f_t(u)\,dB_u.$$

Abgabe:
Mittwoch 23.05.2012 Einwurf Postkasten LE 4. Stock bis 13:00 Uhr