Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. D. Belomestny

SoSe 2011

Übungen zur Stochastik I

(Blatt 2)

Aufgabe 1

Sei (Ω, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und seien A, B zwei Ereignisse mit $\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(B) = 1/2$. Beweisen Sie, dass $\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(\bar{A} \cap \bar{B})$ gilt.

Aufgabe 2

Sei (Ω, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und seien A, B zwei Ereignisse. Beweisen Sie die folgende Aussage

$$\mathrm{P}(A \triangle B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - 2\,\mathrm{P}(A \cap B).$$

Aufgabe 3

Sei (Ω, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und seien A, B, C drei Ereignisse. Beweisen Sie die folgenden Aussagen

1. $\mathrm{P}(A \cap B) + \mathrm{P}(A \cap C) + \mathrm{P}(B \cap C) \geq \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) + \mathrm{P}(C) - 1$
2. $\mathrm{P}(A \cap B) + \mathrm{P}(A \cap C) - \mathrm{P}(B \cap C) \leq \mathrm{P}(A)$

Aufgabe 4

Sei (Ω, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und seien A, B, C drei Ereignisse. Beweisen Sie die folgende Aussage

$$\mathrm{P}(A \triangle B) \leq \mathrm{P}(A \triangle C) + \mathrm{P}(C \triangle B).$$

Aufgabe 5

Seien $A_1, \ldots, A_n$ Ereignisse auf dem Warscheinlichkeitsraum (Ω, P). Sei $B_{n,m}$ das Ereigniss, dass genau m Ereignisse von $A_1, \ldots, A_n$ eintreten. Beweisen Sie, dass

$$\mathrm{P}(B_n) = \sum_{k=0}^{n-m} (-1)^k C_{m+k}^{m} S_{m+k}$$

gilt, wobei $C_{m+k}^m = (2m+k)!/(m!(m+k)!)$ und

$$S_k = \sum_{1 \le i_1 < \ldots < i_k \le n} \mathrm{P}(A_{i_1} \cap \ldots \cap A_{i_k}).$$

Abgabe:
Donnerstag 05.05.2011 Einwurf Postkasten LE 4. Stock bis 15:45 Uhr