

## Übungen zur Stochastik I

### (Blatt 5)

#### Aufgabe 1 (2 Punkte)

Die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  sind unabhängig und haben geometrische Verteilung mit Parametern  $p_1$  und  $p_2$ . Zeigen Sie, dass die Zufallsvariable  $\min(X, Y)$  auch geometrisch verteilt ist und finden Sie den Parameter der entsprechenden Verteilung.

#### Aufgabe 2 (2 Punkte)

Die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  seien unabhängig, und es gelte  $X \sim Po(\lambda)$ ,  $Y \sim Po(\mu)$ , wobei  $\lambda \leq \mu$ . Zeigen Sie, dass die Ungleichung

$$P(X \leq t) \leq P(Y \leq t)$$

für alle  $t > 0$  gilt.

#### Aufgabe 3 (2 Punkte)

Die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  seien unabhängig, und es gelte  $X \sim Po(\lambda)$ ,  $Y \sim Po(\mu)$ , wobei  $\lambda \leq \mu$ . Berechnen Sie die bedingte Wrscheinlichkeiten

$$P(X = k | X + Y = n), \quad k = 0, 1, \dots, n.$$

#### Aufgabe 4 (2 Punkte)

Die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  seien unabhängig, und es gelte  $E[X] = 1$ ,  $E[Y] = 2$ ,  $\text{Var}[X] = 1$ ,  $\text{Var}[Y] = 4$ . Finden Sie

1.  $E[X^2 + 2Y^2 - XY - 4X + Y + 4]$ ,
2.  $E[(X + Y + 1)^2]$ .

#### Aufgabe 5 (3 Punkte)

Die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  seien unabhängig und es gelte  $\text{Var}[X] < \infty$  und  $\text{Var}[Y] < \infty$ . Beweisen Sie, dass die Ungleichung

$$\text{Var}[XY] \geq \text{Var}[X] \text{Var}[Y]$$

gilt.

Hinweis: Verwenden Sie die Cauchy-Schwarz Ungleichung.

**Aufgabe 6** (4 Punkte)

Sei  $X$  eine Zufallsvariable, so dass

$$P(X > 0) = \alpha, \quad P(X < 0) = \beta, \quad E[X] = a, \quad E[|X|] = b.$$

Berechnen Sie die Kovarianz zwischen  $X$  und  $\text{sign}(X)$ .

**Abgabe:**

**Donnerstag 09.06.2011 Einwurf Postkasten LE 4. Stock bis 15:45 Uhr**