

## Übungsblatt 7

Abgabe: 4. Juni 2018

### Aufgabe 25

Zeigen Sie:

- a) Ein Morphismus  $f$  in der Kategorie der Mengen ist genau dann ein Epimorphismus, wenn er surjektiv ist.
- b) Ein Morphismus  $f$  in der Kategorie der abelschen Gruppen ist genau dann ein Epimorphismus, wenn er surjektiv ist.

### Aufgabe 26

Sei  $\mathcal{C}$  eine Kategorie, und sei  $f : X \rightarrow S$  ein Morphismus in  $\mathcal{C}$ . Unter einem *Schnitt* von  $f$  verstehen wir einen Morphismus  $s : S \rightarrow X$  mit  $f \circ s = \text{id}_S$ . Zeigen Sie: Besitzt  $f$  einen Schnitt, so ist  $f$  ein Epimorphismus, und jeder Schnitt  $s$  von  $f$  ist ein Monomorphismus.

### Aufgabe 27

- a) Zeigen Sie, dass die kanonische Inklusion  $\mathbb{Z} \hookrightarrow \mathbb{Q}$  in der Kategorie der Ringe ein Epimorphismus ist.
- b) Sei  $\mathcal{C}$  die Kategorie der hausdorffschen topologischen Räume mit ihren stetigen Abbildungen, sei  $X$  in  $\mathcal{C}$ , und sei  $U \subsetneq X$  eine dichte offene echte Teilmenge. Zeigen Sie, dass die Inklusion von  $U$  nach  $X$  in  $\mathcal{C}$  sowohl Monomorphismus als auch Epimorphismus, jedoch kein Isomorphismus ist.

### Aufgabe 28

Existieren Koprodukte in der Kategorie der Körper?