Dr. U. Terstiege **Wintersemester 2012/13**

Riemannsche Flächen

12. Übungsblatt

Abgabe: Dienstag, 22. Januar 2013 in der Vorlesung

Aufgabe 1

Sei ω die 1-Form $\frac{dz}{z}$ auf $\mathbb{C} \setminus \{0\}$. Zeige, daß ω geschlossen, aber nicht exakt ist.

Aufgabe 2

Zeige, daß $\Omega(\mathbb{P}^1) = 0$, m.a.W. auf dem $\mathbb{P}^1$ ist die 1-Form, die konstant gleich 0 ist, die einzige holomorphe 1-Form.

Aufgabe 3

Seien $\omega_1, \omega_2 \in \mathbb{C}$ linear unabhängig über $\mathbb{R}$, sei $\Gamma = \mathbb{Z}\omega_1 + \mathbb{Z}\omega_2$, und sei $X = \mathbb{C}/\Gamma$ mit der natürlichen Struktur als Riemannsche Fläche. Sei x_0 ein Punkt in X. Zeige, daß jeder Homomorphismus $\alpha : \pi_1(X, x_0) \to \mathbb{C}$ der Periodenhomomorphismus einer geeigneten geschlossenen 1-Form $\omega \in \mathcal{E}^{(1)}(X)$ ist.