Dr. U. Terstiege **Wintersemester 2012/13**

Riemannsche Flächen

4. Übungsblatt

Abgabe: Dienstag, 13. November 2012 in der Vorlesung

Aufgabe 1

Seien $\omega_1, \omega_2 \in \mathbb{C}$ linear unabhängig über $\mathbb{R}$ und sei $\Gamma = \mathbb{Z}\omega_1 + \mathbb{Z}\omega_2$. Eine meromorphe Funktion auf $\mathbb{C}$ heißt doppelt periodisch bezüglich Γ, falls $f(z) = f(z + \omega)$ für alle $z \in \mathbb{C}$ und alle $\omega \in \Gamma$ (wobei f hier als holomorphe Abbilldung $f : \mathbb{C} \to \mathbb{P}^1$ aufgefaßt wird). Zeige, daß jede bezüglich Γ doppelt periodische holomorphe Funktion $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ konstant ist, und daß jede nicht konstante doppelt periodische meromorphe Funktion auf $\mathbb{C}$ aufgefaßt als holomorphe Abbilldung $f : \mathbb{C} \to \mathbb{P}^1$ surjektiv ist.

Aufgabe 2

Sei $f : X \to Y$ eine holomorphe Abbildung Riemannscher Flächen, die nicht konstant ist. Zeige, daß die induzierte Abbildung

$$f^* : \mathcal{O}(Y) \to \mathcal{O}(X), \quad f^*(\varphi) := \varphi \circ f$$

ein injektiver Ringhomomorphismus ist.

Aufgabe 3

Sei X eine kompakte Riemannsche Fläche und seien $p_1, ..., p_n \in X$. Sei $X' = X \setminus \{p_1, , ..., p_n\}$. Sei $f : X' \to \mathbb{C}$ eine holomorphe nicht konstante Funktion. Zeige, daß das Bild von f dicht in $\mathbb{C}$ liegt.