Dr. U. Terstiege **Wintersemester 2012/13**

Riemannsche Flächen

7. Übungsblatt

Abgabe: Dienstag, 4. Dezember 2012 in der Vorlesung

Aufgabe 1

Sei X ein topologischer Raum, der zusammenhängend und lokal wegzusammenhängend ist. Zeige, daß X wegzusammenhängend ist.

Aufgabe 2

Sei X ein topologischer Raum, seien $a, b \in X$, und sei γ ein Weg in X mit Anfangspunkt a und Endpunkt b. Zeige, daß der Weg $\gamma \cdot \gamma^-$ homotop zu dem Weg γ_0 ist, der konstant den Wert a annimmt.

Aufgabe 3

a) Sei X eine (reelle) Mannigfaltigkeit, und seien $U_1, U_2 \subset X$ zwei offene, zusammenhängende und einfach zusammenhängende Teilmengen. Wir nehmen außerdem an, daß $U_1 \cap U_2$ zusammenhängend und nicht leer ist. Zeige, daß $U_1 \cup U_2$ einfach zusammenhängend ist.

b) Nutze Teil a) um zu zeigen, daß die Sphäre

$$S^n = \{(x_1, ..., x_{n+1}) \in \mathbb{R}^{n+1} \mid x_1^2 + ... + x_{n+1}^2 = 1\}$$

für $n \geq 2$ einfach zusammenhängend ist.