**Dr. U. Terstiege** **Wintersemester 2012/13**

# Riemannsche Flächen

## 9. Übungsblatt

Abgabe: Dienstag, 18. Dezember 2012 in der Vorlesung

### Aufgabe 1

Sei $H = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z) < 0\}$, sei $D^* = \{z \in \mathbb{C} \mid 0 < |z| < 1\}$, und sei $z_0$ ein beliebiger Punkt in $D^*$. Begründe, daß die durch die Exponentialfunktion exp gegebene Überlagerung $\exp : H \to D^*$ universell ist, und zeige, daß $\pi_1(D^*, z_0) \cong \mathbb{Z}$.

### Aufgabe 2

Sei $X$ eine kompakte Riemannsche Fläche, und seien $p_1, ..., p_n \in X$. Weiter sei $X' = X \setminus \{p_1, , ..., p_n\}$ und $\phi : X' \to X'$ ein Automorphismus von $X'$ (d.h. ein Isomorphismus Riemannscher Flächen von $X'$ mit sich selbst). Zeige, daß sich $\phi$ zu einem Automorphismus von $X$ fortsetzen läßt.
(Hinweis: Begründe zunächst, daß es genügt, $\phi$ zu einer stetigen Abbildung $X \to X$ fortzusetzen. Gehe dann analog zum Beweis von Lemma 11 in §4 vor.)

### Aufgabe 3

Sei $X = \mathbb{C} \setminus \{0, \pm i, \pm i \cdot \sqrt{2}\}$ und $Y = \mathbb{C} \setminus \{0, 1\}$. Zeige, daß die Abbildung

$$p : X \to Y, \quad x \mapsto (x^2 + 1)^2$$

eine 4-blättrige Überlagerung ist, und daß die zugehörige Gruppe der Decktransformationen nur aus der Identität und der Abbildung $z \mapsto -z$ besteht. Folgere, daß $p$ nicht regulär ist.
(Hinweis: Nutze Aufgabe 2 zur Bestimmung der Decktransformationen.)